

Замятин А. А.
к.ф.м.н., с.н.с
МГУ им. М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет
(г. Москва, Россия)
Лыков А. А.
к.ф.м.н., старший аналитик
Олимпия Капитал
(г. Москва, Россия)
Малышев В. А.
д.ф.м.н., г.н.с
МГУ им. М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет
(г. Москва, Россия)

О “физических” моделях рынков одного инструмента

Аннотация

Рассматриваются модели одного рынка, напоминающие локальные модели статистической физики. Они позволяют понять поведение цены во времени, исходя из поведения участников рынка. Приводятся результаты авторов относительно трех моделей, в том числе модели равновесия, связанной с так называемым эффектом $vShape$. Дается также библиография работ других авторов.

Ключевые слова: биржевая книга, $vShape$, limit-order, market-order, марковская динамика.

JEL коды: C 51, G 12.

В науке, которая называется финансовой математикой, цены задаются $arg\,i\,o\,i$ как некоторый многомерный случайный процесс, и исходя из этого рассчитываются оптимальные стратегии, прогноз и получаются разные красивые теоремы. Здесь рассматривается подход, который ближе к статистической физике. Он позволяет понять поведение цены во времени, исходя из поведения участников рынка. Однако и в этом статфизическом подходе существуют разные направления. Здесь мы кратко описываем модели одного рынка, основанные на очевидных физических аналогиях с динамикой многих частиц (multi-agents) с аннигиляцией (сделками). В отличие от существующих multi-agents моделей, где (говоря на физическом языке) рассматривается марковская динамика типа среднего поля с вытекающими отсюда (в некотором скейлинге) нелинейными цепями Маркова, мы рассматриваем так называемые локальные модели. Локальные модели более соответствуют физическим законам. Отметим еще, что финансовые операции происходят на разных временных шкалах, но модели многих шкал

остались за рамками этой статьи.

На простейших примерах мы приводим три варианта моделей: 1) модель с локальными сделками (аннигиляцией частиц), напоминающую модель Стефана распространения тепла, 2) модель типа механики сплошной среды с нелинейными уравнениями в частных производных, 3) модель биржевого стакана, близкую к многомерным блужданиям и случайным грамматикам, см. [1].

1 Модель простейшего рынка

Начальная конфигурация

Рассмотрим решетку Z_ε с некоторым шагом $\varepsilon > 0$, что соответствует например малому тикю на бирже. Пока мы полагаем $\varepsilon = 1, Z = Z_1$. Число x интерпретируется как цена заявки на данный инструмент, находящейся в точке $x \in Z$. Определим множество допустимых конфигураций $\Lambda = \{n(x)\}$. В каждой точке находится некоторое число $n(x)$ заявок одного из двух типов - (+)-заявки (или заявки на продажу) и (-)-заявки (или заявки на покупку). Предполагается, что для каждой конфигурации существует такое $b = b_+ \in Z$, что все заявки с $x \geq b$ являются (+)-заявками, а все заявки с $x < b$ являются (-)-заявками. Требуется также, чтобы $n(b) > 0$. Число b называется минимальной ценой продажи (по которой можно купить) для данной конфигурации. Ниже определяется динамика со следующим свойством: если в момент $t = 0$ конфигурация $\{n(x, 0)\}$ допустима, то она остается допустимой во все следующие моменты времени.

Динамика

Мы определяем цепь Маркова с непрерывным временем и множеством состояний Λ . Помимо начального состояния, модель определяется несколькими параметрами - функциями $\lambda_\pm(k, t), \lambda_\pm^{(l)}(k, t), \mu_\pm(k, t)$ на $Z_+ \times R$, которые определяют следующие переходы в моменты времени t :

1. Каждая (+)-заявка, независимо от остальных, прыгает из точки x в точку $x - 1$ с интенсивностью $\lambda_+(|x - b(t)|, t)$, а каждая (-)-заявка, независимо от остальных, прыгает из точки x в точку $x + 1$ с интенсивностью $\lambda_-(|x - b(t)|, t)$
2. каждая (\pm)-заявка может покинуть рынок с интенсивностью $\mu_\pm(|x - b(t)|, t)$
3. в каждую точку $x \geq b(t)$ может придти (+)-заявка с интенсивностью $\lambda_+^{(l)}(|x - b(t)|, t)$, и в каждую точку $x < b(t)$ может придти (-)-заявка с интенсивностью

$\lambda_-^{(l)}(|x - b(t)|, t)$.

4. если в одной точке оказались (+)-заявка и (-)-заявка, то они немедленно сокращаются - совершается сделка

Нетрудно видеть из свойства 4, что в любой момент времени любая (+)- заявка стоит правее любой (-)- заявки, то есть конфигурация допустима. Минимальной ценой продаж $b_+(t) = b(t)$ в момент времени t назовем минимум тех x , для- которых число заявок на продажу $n(x, t) \neq 0$. В любой момент времени определена также максимальная цена на покупку (по которой можно продать)

$$b_-(t) = \max\{x : x < b(t), n(x, t) > 0\}$$

и спред $s(t) = b_+(t) - b_-(t)$.

Заметим, что если интенсивности μ ненулевые, то очевидна устойчивость модели, то есть ни в какой точке не будет бесконечного роста популяции.

Задача состоит в том, чтобы определить динамику цен $b_{\pm}(t)$ (которые в явном виде найти невозможно) в зависимости от параметров (в некоторых скейлингах $t \rightarrow \infty, \varepsilon \rightarrow 0$). Первые результаты относительно подобных моделей были получены в [12].

Явно решаемая модель

Несколько другая модель формулируется сразу на вещественной прямой R как пределе Z_ε при $\varepsilon \rightarrow 0$. В ней мы сильно упрощаем ситуацию, предполагая что нет прихода и ухода требований (что разумно для скейлинга, соответствующего коротким промежуткам времени), благодаря чему можно получить замкнутую формулу для $b(t)$.

На R раскиданы по Пуассону два типа частиц (заявок) - (+)-частицы на полуоси $x \geq b(0)$, и (-)-частицы на $x < b(0)$

$$\dots < -x_{-N} < \dots < -x_{-1} < b(0) < x_1 < \dots < x_N < \dots$$

с интенсивностями соответственно $\varepsilon^{-1} \rho_{\pm}(x)$. Каждая из (\pm)-частиц движется со скоростями $-v_+(t), v_-(t)$, где $v_+(t) > 0, v_-(t) > 0$, зависящими только от времени t . Введем функции

$$M_+(r_+) = \int_{b(0)}^{b(0)+r_+} \rho_+(x) dx, M_-(r_-) = \int_{b(0)-r_-}^{b(0)} \rho_-(x) dx$$

и обратные к ним $r_{\pm}(M)$, где $r_{\pm}(M), M > 0$. Определим функцию $T(M)$ из уравнения

$$r_+(M) + r_-(M) = \int_0^{T(M)} (v_+(t) + v_-(t)) dt$$

и функцию $M(T)$ обратную к ней. Пусть $b_\varepsilon(T)$ – случайное положение границы в момент времени T .

Теорема 1 При $\varepsilon \rightarrow 0$

$$b_\varepsilon(T) \rightarrow r_+(M(T)) - \int_0^T v_+(t) dt = -r_-(M(T)) + \int_0^T v_-(t) dt$$

где сходимость понимается как сходимость по вероятности.

Доказательство. Для любого $N = 1, 2, \dots$, частица x_N столкнется именно с частицей $-x_{-N}$ через случайное время $\tau = \tau(N)$, которое находится из уравнения

$$x_N + x_{-N} = \int_0^\tau (v_+(t) + v_-(t)) dt$$

Время τ находится однозначно, так как интеграл справа возрастает по τ . При этом столкновение произойдет в точке

$$b_\varepsilon(\tau(N)) = x_N - \int_0^\tau v_+(t) dt = -x_{-N} + \int_0^\tau v_-(t) dt$$

Положим теперь $N = N_\varepsilon = [M\varepsilon^{-1}]$. Тогда

$$b_\varepsilon(\tau(N_\varepsilon)) = x_{N_\varepsilon} - \int_{b(0)}^\tau v_+(t) dt$$

В пределе $\varepsilon \rightarrow 0$ имеем $x_{N_\varepsilon} \rightarrow r_+(M)$ и $\tau(N_\varepsilon) \rightarrow T(M)$ (сходимость по вероятности).

Заметим, что случай, когда у заявок могут быть разные независимые от времени скорости, рассмотрен в [15].

2 Условия равновесия и vShape

Предположим, что функции $\lambda_\pm^{(l)}(k, t)$, $\mu_\pm(k, t)$ не зависят от времени и $\lambda_\pm(k, t) \equiv \lambda_\pm$ – константы. Рассмотрим скейлинг $\lambda_\pm^{(\varepsilon)} = \varepsilon^{-1} \lambda_\pm$, $\lambda_\pm^{(l, \varepsilon)}(k) = \lambda_\pm^{(l)}(\varepsilon k)$, $\mu_\pm^{(\varepsilon)}(k) = \mu_\pm(\varepsilon k)$ для некоторых фиксированных функций $\lambda_\pm^{(l)}(y)$, $\mu_\pm(y)$ на R_+ . При таком скейлинге мы приходим к следующей непрерывной модели, в которой динамика плотностей \pm – частиц и цен определяется системой уравнений в частных производных

$$\frac{\partial \rho_+(r, t)}{\partial t} - (\lambda_+ + \beta(t)) \frac{\partial \rho_+(r, t)}{\partial r} = -\mu_+(r) \rho_+(r, t) + \lambda_+^{(l)}(r),$$

$$\frac{\partial \rho_-(r, t)}{\partial t} + (\lambda_- - \beta(t)) \frac{\partial \rho_-(r, t)}{\partial r} = -\mu_-(r) \rho_-(r, t) + \lambda_-^{(l)}(r),$$

$$\beta(t) = \frac{-\lambda_+ \rho_+(b(t), t) + \lambda_- \rho_-(b(t), t)}{\rho_+(b(t), t) + \rho_-(b(t), t)}$$

где $r = |x - b(t)|$, $\rho_{\pm}(r, t)$ – плотности \pm – частиц в точке $r \in R_+$, в момент времени t и

$$\beta(t) = \frac{db(t)}{dt}.$$

Неподвижная точка нашей динамики определяется из условий: $\beta(t) = 0$ и плотности $\rho_{\pm}(r, t)$ не зависят от времени. Введем константы

$$\gamma_{cr}^{(+)} = \lambda_+^{-1} \int_0^{\infty} \lambda_+^{(l)}(x) \exp\left(-\lambda_+^{-1} \int_0^x \mu_+(y) dy\right) dx, \gamma_{cr}^{(-)} = \lambda_-^{-1} \int_0^{\infty} \lambda_-^{(l)}(x) \exp\left(-\lambda_-^{-1} \int_0^x \mu_-(y) dy\right) dx$$

и

$$\gamma_{cr} = \max\left(\gamma_{cr}^{(+)}, \frac{\lambda_- \gamma_{cr}^{(-)}}{\lambda_+}\right)$$

В статье [14] было доказано, что для любого значения параметра $\gamma_+ = \rho_+(0) \geq \gamma_{cr}$ существует единственная неподвижная точка:

$$(1) \quad \rho_+(r) = \exp\left(\lambda_+^{-1} \int_0^r \mu_+(x) dx\right) \left(\rho_+(0) - \lambda_+^{-1} \int_0^r \lambda_+^{(l)}(x) \exp\left(-\lambda_+^{-1} \int_0^x \mu_+(y) dy\right) dx\right)$$

$$(2) \quad \rho_-(r) = \lambda_-^{-1} \exp\left(\lambda_-^{-1} \int_0^r \mu_-(x) dx\right) \left(\lambda_+ \rho_+(0) - \int_0^r \lambda_-^{(l)}(x) \exp\left(-\lambda_-^{-1} \int_0^x \mu_-(y) dy\right) dx\right)$$

Неподвижная точка удовлетворяет условию $\int_0^{\infty} \rho_{\pm}(r) dr < \infty$, если $\gamma_{cr}^{(+)} = \gamma_{cr}^{(-)}$.

Важно отметить, что эта неподвижная точка удовлетворяет так называемому свойству vShare, которое было выявлено при анализе реальных данных.

Опишем явление vShare. Пусть в момент времени t задана допустимая конфигурация $\{n(x, t)\}$. В более привычных обозначениях $p_b(t) = b_+(t)$, $p_s(t) = b_-(t)$ условие допустимости конфигурации равносильно выполнению неравенства $p_s(t) < p_b(t)$. Профиль биржевой книги в момент времени t удобно описывать следующими величинами, определёнными при $m \geq 0$:

$$\omega_b(m, t) = n(p_b(t) - m, t)$$

$$\omega_s(m, t) = n(p_s(t) + m, t).$$

Возникает естественный вопрос о том, каковы значения ω_b, ω_s в среднем по времени. Обратимся к реальной биржевой книге. Рассмотрим в качестве примера два торговых

инструмента, представленных на российском срочном рынке ФОРТС:

1. Фьючерсный контракт на курс доллар США - российский рубль с исполнением в декабре 2013 года. Сокращенное обозначение: Si.

2. Фьючерсный контракт на обыкновенные акции ОАО НК "Лукойл" с исполнением в декабре 2013 года. Сокращенное обозначение: LКОН.

Временной диапазон измерений возьмем 20 сентября 2013 года — 11 октября 2013 года. Средний дневной оборот в указанном диапазоне для рассматриваемых инструментов составляет 909859 и 43421 контрактов для Si и LКОН, соответственно. Разобьем данный временной диапазон на равные промежутки времени размером 30 миллисекунд (1 миллисекунда = 10^{-6} секунды). Оставим только те интервалы времени, время которых внутри дня приходится на основную торговую сессию (10:00 - 18:45 по московскому времени). Получим разбиение временного диапазона точками

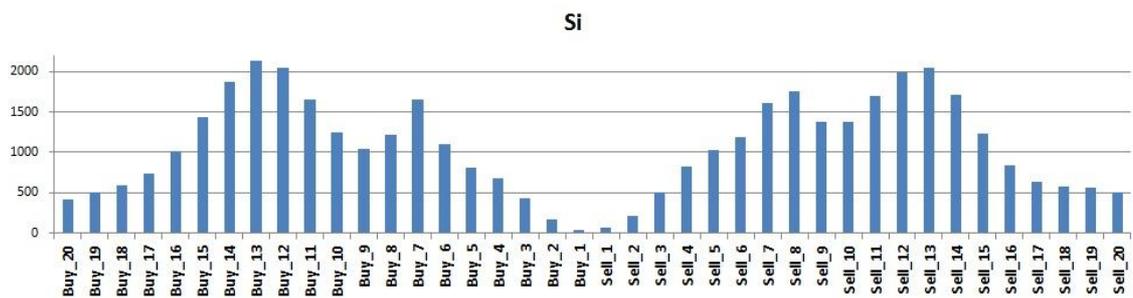
$$t_1 < t_2 < \dots < t_N.$$

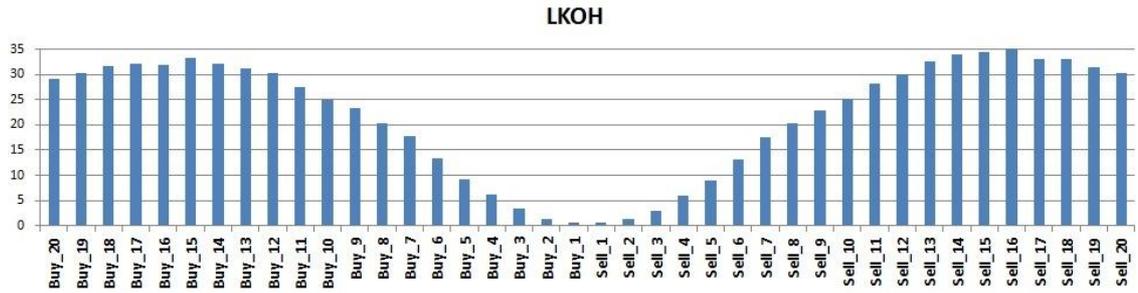
Интересующие нас средние определим по формулам:

$$Buy_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega_b(m, t_i)$$

$$Sell_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega_s(m, t_i)$$

Ниже представлены графики средних профилей книг для каждого из двух инструментов.





Явление vShare состоит в том, что при малых значениях m графики Buy_m и $Sell_m$ имеют V-образную форму, причём, данное явление имеет место для огромного количества торговых инструментов, и, как видно из нашего примера, низкая ликвидность (средний дневной оборот LКОН в 20 раз меньше среднего дневного оборота Si) не препятствует появлению vShare. Одну из первых работ, посвященных явлению vShare, можно назвать [6].

Вернёмся к уравнениям на неподвижную точку (1)-(2). Предположим, что все интенсивности постоянны:

$$\lambda_{\pm}^{(l)}(x) = \lambda_{\pm}^{(l)} = \text{const}$$

$$\mu_{\pm}(x) = \mu_{\pm} = \text{const.}$$

Тогда легко проверить, что решения уравнений (1)-(2) определяются по формулам

$$\rho_+(r) = e^{\lambda_+^{-1} \mu_+ r} \left(\rho_+(0) - \frac{\lambda_+^{(l)}}{\mu_+} \right) + \frac{\lambda_+^{(l)}}{\mu_+},$$

$$\rho_-(r) = e^{\lambda_-^{-1} \mu_- r} \left(\frac{\lambda_+}{\lambda_-} \rho_+(0) - \frac{\lambda_-^{(l)}}{\mu_-} \right) + \frac{\lambda_-^{(l)}}{\mu_-}$$

Условие $\rho_+(0) \geq \gamma_{cr}$ равносильно выполнению неравенства:

$$\rho_+(0) \geq \max \left\{ \frac{\lambda_+^{(l)}}{\mu_+}, \frac{\lambda_-^{(l)}}{\mu_-} \frac{\lambda_-}{\lambda_+} \right\}$$

Поэтому при $\rho_+(0) > \gamma_{cr}$ соответствующая неподвижная точка определяет две возрастающие функции, что соответствует явлению vShare. Так, раскладывая экспоненту в ряд получаем линейный рост плотности в окрестности нуля, с коэффициентом угла наклона, выраженным через наши параметры.

Отметим ряд работ других авторов по близким к нашим моделям биржевой книги, относящихся в основном к прикладной математике. Отметим прежде всего обзор [10]

существующей литературы по биржевой книге, в нем есть и сводка эмпирико-статистических фактов о биржевой книге. Другие работы [17, 18], [2, 3, 4], [11]. Приведем пример четкого математического результата, см [7],[8]. Там рассматриваются точки b_- и b_+ границы и двумерный вектор $(n_-, n_+) \in Z_+^2$ чисел заявок в них. В предположении, что только $\lambda^{(l)}$ и μ отличны от нуля (то есть нет движения по Z) находятся распределения моментов достижения границы для данного блуждания в четверти-плоскости.

3 Модель биржевого стакана

Эта модель очень близка к модели, определенной в начале статьи. В ней введенные там заявки называются limit-order заявками, соответственно на покупку и на продажу. Кроме них, вводятся еще так называемые market order заявки на покупку и на продажу, которые приходят с интенсивностями $\lambda_{\pm}^{(m)}(t)$ соответственно. Каждая такая заявка немедленно сокращает (\pm) -заявку по минимально возможной имеющейся в данный момент цене. В отличие от первой модели интенсивности скачков $\lambda_{\pm}(k, t) = 0$.

Limit-order заявки на покупку могут поступать в любую точку $x < b_+(t)$ с интенсивностью $\lambda_-^{(l)}(b_+(t) - x, t)$. С интенсивностью $\mu_-(b_-(t) - x, t)$ каждая $(-)$ -заявка в позиции $x \leq b_-(t)$ может быть отменена. Limit-order заявки на продажу могут поступать в любую точку $x > b_-(t)$ с интенсивностью $\lambda_+^{(l)}(|b_-(t) - x|, t)$. С интенсивностью $\mu_+(x - b_+(t), t)$ каждую $(+)$ -заявку в точке $x \geq b_+(t)$ можно снять.

Market-order заявки на покупку с интенсивностью $\lambda_-^{(m)}(t)$ поступают в позицию $b_+(t)$, в то время как market-order заявки на продажу с интенсивностью $\lambda_+^{(m)}(t)$ поступают в позицию $b_-(t)$.

Таким образом, модель определяется параметрами – функциями $\lambda_{\pm}^{(m)}(t), \lambda_{\pm}^{(l)}(k, t), \mu_{\pm}(k, t)$.

Рассмотрим теперь упрощенную модель, которая позволяет сделать явные вычисления. Предположим, что в начальный момент времени задана конфигурация $\zeta = \{n(x), x \in Z\}$ вида

$$n(x) = 1, x \leq b_-(0), n(x) = 0, b_-(0) < x < b_+(0), n(x) = 1, x \geq b_+(0)$$

Пусть интенсивности убрать заявку $\mu_{\pm}(k, t) = 0$, интенсивности $\lambda_{\pm}^{(m)}(t), \lambda_{\pm}^{(l)}(k, t)$ не зависят от времени и $\lambda_-^{(l)}(b_+(t) - x) \neq 0$ только если $x = b_-(t) + 1$, а $\lambda_+^{(l)}(|b_-(t) - x|) \neq 0$ только если

$x = b_+(t) - 1$. Пусть $\lambda_-^{(l)} = \lambda_-^{(l)}(b_+(t) - b_-(t) - 1)$, $\lambda_+^{(l)} = \lambda_+^{(l)}(b_+(t) - b_-(t) - 1)$, $\lambda_{\pm}^{(m)} = \lambda_{\pm}^{(m)}(t)$.

Лемма 1. Если $\lambda_-^{(m)} + \lambda_+^{(m)} < \lambda_-^{(l)} + \lambda_+^{(l)}$, то при $t \rightarrow \infty$ п.н.

$$\frac{b_{\pm}(t)}{t} \rightarrow \frac{\lambda_-^{(l)}\lambda_-^{(m)} - \lambda_+^{(l)}\lambda_+^{(m)}}{\lambda_-^{(l)} + \lambda_+^{(l)}}$$

Если $\lambda_-^{(m)} + \lambda_+^{(m)} > \lambda_-^{(l)} + \lambda_+^{(l)}$, то при $t \rightarrow \infty$ п.н.

$$\frac{b_-(t)}{t} \rightarrow \lambda_-^{(l)} - \lambda_+^{(m)}, \frac{b_+(t)}{t} \rightarrow \lambda_-^{(m)} - \lambda_+^{(l)}$$

Доказательство. Удобно рассмотреть марковскую цепь $\xi(t) = (\eta(t), b_+(t))$, где $\eta(t) = s(t) - 1 \geq 0$. Это будет блуждание в полуплоскости. Первая компонента $\eta(t)$ есть процесс рождения-гибели с интенсивностью рождения $\lambda_-^{(m)} + \lambda_+^{(m)}$ и интенсивностью гибели $\lambda_-^{(l)} + \lambda_+^{(l)}$, причем $\eta(t)$ не зависит от $b_+(t)$. Пусть $\lambda_-^{(m)} + \lambda_+^{(m)} < \lambda_-^{(l)} + \lambda_+^{(l)}$. Тогда процесс $\eta(t)$ эргодический со стационарным распределением

$$\pi_k = (1 - \rho)\rho^k, \rho = \frac{\lambda_-^{(m)} + \lambda_+^{(m)}}{\lambda_-^{(l)} + \lambda_+^{(l)}}$$

и используя технику индуцированных цепей [9] легко доказать, что

$$\frac{b_{\pm}(t)}{t} \rightarrow v$$

где

$$v = \rho(\lambda_-^{(m)} - \lambda_+^{(l)}) + (1 - \rho)\lambda_-^{(m)} = -\rho\lambda_+^{(l)} + \lambda_-^{(m)} = -\frac{\lambda_-^{(m)} + \lambda_+^{(m)}}{\lambda_-^{(l)} + \lambda_+^{(l)}}\lambda_+^{(l)} + \lambda_-^{(m)} = \frac{\lambda_-^{(l)}\lambda_-^{(m)} - \lambda_+^{(l)}\lambda_+^{(m)}}{\lambda_-^{(l)} + \lambda_+^{(l)}}$$

Литература

1. Малышев В.А. Взаимодействующие цепочки символов. УМН, том 52, вып. 2, 59-86, 1997.
2. Abergel F., Jedidi A. A mathematical approach to order book modeling. Econophysics of Order-driven Markets. Berlin-Heidelberg, Springer, 2011.
3. Abergel F., Moulines E., Zheng B. Price jump prediction in limit order book. SSRN 2026454, 2012.
4. Abergel F., Roueff F., Zheng B. Ergodicity and scaling limit of a constrained multivariate Hawkes process. SSRN 2203121, 2013.
5. Bak P, Paczuski M, Shubik M. Price variations in a stock market with many agents. Physica A: Statistical Mechanics, v. 246, 3, 430–453, 1997.

6. Bouchaud J., Mezard M., Potters M. Statistical properties of stock order books: empirical results and models. *Quantitative Finance*, v. 2, 4, 251-256, 2002.
7. Cont R., Stoikov S., Talreja R. A stochastic model for order book dynamics. *Operation Research*, v. 58, 3, 549 - 563, 2010.
8. Cont R., Larrard A. Order book dynamics in liquid markets: limit theorems and diffusion approximations. SSRN 1757861, 2011.
9. Fayolle G., Malyshev V. , Menshikov M. Topics in the Constructive Theory of Countable Markov Chains. Cambridge, Cambridge University Press, 1995.
10. Gould M., Porter M., Williams S., McDonald M., Fenn D., Howison S. Limit order books. SSRN 1970185, 2012.
11. Lakner P., Reed P., Stoikov S. High frequency asymptotics for the limit order book. Preprint, 2013.
12. Malyshev V.A., Manita A.D. Dynamics of phase boundary with particle annihilation. *Markov Processes and Related Fields*, 15, № 4, 575-584, 2009.
13. Malyshev V., Manita A., Zamyatin A. Multi-agent model of the price flow dynamics. *Traffic and Granular Flow'11. Abstract Book*. Moscow, Media Publisher Russian Federation, 2011.
14. Malyshev V.A., Zamyatin A.A. Mathematics for some classes of networks. *Instabilities and control of excitable networks: From Macro to Nano Systems*. M: Макс Пеец, 2012.
15. Malyshev V.A., Manita A.D., Zamyatin A.A. Explicit Asymptotic Velocity of the Boundary between Particles and Antiparticles. *ISRN Mathematical Physics*, ID 327298, 1-32, 2012.
16. Malyshev V.A., Manita A.D., Zamyatin A.A. Multi-agent Model of the Price Flow Dynamics. *Traffic and Granular Flow 2011*. Berlin-Heidelberg, Springer Verlag, 2013.
17. Maslov S. Simple model of a limit order-driven market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 278, 3, 571–578, 2000.
18. Maslov S., Mils M. Price fluctuations from the order book perspective—empirical facts and a simple model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 299, 1, 234–246, 2001.

Andrei Zamyatin
Ph.D, Senior Researcher
Lomonosov Moscow State University
Faculty of Mechanics and Mathematics
(Moscow, Russia)
Aleksander Lykov
Ph.D, Senior Analyst
Olympia Capital
(Moscow, Russia)
Vadim Malyshev
Doctor, Principal Researcher
Lomonosov Moscow State University
Faculty of Mechanics and Mathematics
(Moscow, Russia)

On "physical" models of one instrument markets

Abstract

We consider some models of one instrument market, reminding local models of statistical physics. They allow to understand the behavior of prices in time, based on the behavior of market participants. We present three models, including the equilibrium model related to the so-called vShape effect. The article also contains a bibliography of works by other authors.

Key words: limit order book, vShape, limit-order, market-order, Markov dynamics.

JEL codes: C 51, G 12.