АКАДЕМИЯ НАУК УЗБЕКСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ им. В. И. РОМАНОВСКОГО

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ

ТРУДЫ ВСЕСОЮЗНОГО КОЛЛОКВИУМА

ИЗДАТЕЛЬСТВО „ФАН" УЗБЕКСКОЙ ССР
ТАШКЕНТ · 1969

выходной эффект системы и затраты на резервирование в одних единицах;

5) разработка алгоритмов решения простейших задач оптимального резервирования для случая многих ограничивающих факторов, пригодных для практического использования при решении реальных прикладных задач.

Безусловно, возможны и иные постановки задач, решение которых важно для практики.

V. Динамическое управление фазовым пространством. В последнее время в Советском Союзе появился ряд работ по весьма интересной и перспективной проблематике — организации временного управления фазовым пространством. Иными словами, предлагается оптимальный алгоритм введения избыточности в систему с течением времени [1, 2, 3].

Одна из таких задач может быть сформулирована следующим образом. Имеется система, состоящая, к примеру, всего из одного элемента. Система предназначена для функционирования в течение определенного промежутка времени. Для обеспечения высокой вероятности безотказной работы системы допускается использование нагруженного резервирования. Подключение резервных элементов допускается лишь во вполне определенные моменты времени, причем имеется определенная информация о состоянии системы в эти моменты времени. Определяется оптимальное количество резервных элементов и оптимальные моменты подключения резервных элементов, например, для обеспечения заданных показателей надежности при минимальных затратах. Разработка подобных вопросов только начата и поэтому делать выводы об этих нерешенных проблемах еще рано.

Более подробное и исчерпывающее изложение указанных вопросов можно найти в статьях «О проблеме оптимального резервирования», «О проблеме оптимальных проверок» и «О проблеме оптимальных профилактических работ» (см. сб. «Оптимальные задачи надежности», Изд-во Комитета стандартов, мер и измерительных приборов при СМ СССР, 1967 г.).

ЛИТЕРАТУРА

1. Герцбах И. Б. Об оптимальном управлении включением резервных элементов, М., Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1966, № 5.
2. Мандель А. С., Райкин А. Л. Оптимальное планирование включений запасных элементов, Автоматика и телемеханика, М., 1967, № 5.
3. Райкин А. Л. О маневрировании аппаратурной избыточностью в реальных системах, Труды III Всесоюзного совещания по автоматическому управлению, М., Изд-во «Наука», 1967.

В. А. МАЛЫШЕВ

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ПОСТРОЕНИЯ НАДЕЖНЫХ СХЕМ

При построении надежных схем из ненадежных элементов обычно предполагается, что каждый элемент может дать ошибочный результат с некоторой вероятностью ε вне зависимости от входного набора переменных [1], [2], [3]. В вопросах же диагностики схем, напротив, на множество всех неисправностей налагаются ограничения [5], [6].

Ю. К. Беляев привел автору пример, когда с помощью функций от двух переменных, каждая из которых может дать ошибочный результат по крайней мере на одном наборе, можно построить абсолютно надежную реализацию функции $f(x) \equiv \overline{X}$, и поставил задачу о возможности аналогичного построения более сложных схем.

Рассмотрим реализацию функций алгебры логики схемами из функциональных элементов [4]. Пусть дан функциональный элемент F, реализующий в „исправном" состоянии функцию $f(x_1, \ldots, x_n)$. Каталогом неисправностей для F назовем множество функций, которые он может реализовать в результате всех возможных неисправностей: $f_0 = f, f_1, \ldots, f_m$. Будем говорить тогда, что элемент F может находиться в $m(F)+1$ состояниях. Снабдим множество этих состояний, а также прямое произведение этих множеств для всевозможных элементов схемы, вероятностными распределениями. Реализацию назовем абсолютно надежной, если схема реализует одну и ту же функцию, в каком бы состоянии не находились составляющие ее функциональные элементы.

Теорема 1. Пусть дан набор функциональных элементов $F_1, \ldots, F_k$, реализующих функции от двух переменных, причем $m(F_i) \geqslant 1$ для всех i; в этих условиях невозможно построить абсолютно надежную схему, реализующую функцию f, существенно зависящую от $n \geqslant 2$ переменных.

Доказательство. Пусть сначала $n = 2$. Докажем, что суперпозиция вида $F_i(F_j(x_1, x_2), F_k(x_1, x_2))$ есть схема с $n(F_i) \geqslant 1$.

Пусть (α_j, β_j) — набор такой, что $f_{j0}(\alpha_j, \beta_j) \neq f_{j1}(\alpha_j, \beta_j)$, где f_{j0} и f_{j1} — функции из каталога для F_j. Аналогично определим наборы (α_k, β_k), (α_i, β_i). Обозначим

$$\gamma_j = F_k(\alpha_j, \beta_j), \quad \gamma_k = F_j(\alpha_k, \beta_k).$$

Тогда ясно, что должно быть

$$F_i(0, \gamma_j) = F_i(1, \gamma_j), \; F_i(\gamma_k, 0) = F_i(\gamma_k, 1),$$

иначе уже $n(F_i) \geqslant 1$.

Легко проверить, что какими бы ни были γ_k и γ_j, множество наборов $(0, \gamma_j)$, $(1, \gamma_j)$, $(\gamma_k, 0)$, $(\gamma_k, 1)$ содержит ровно три различных набора, на которых функция F_i должна принимать одно и то же значение δ. Для того чтобы $n(F_i) = 0$, необходимо совпадение четвертого оставшегося набора с $(\alpha_i\ \beta_i)$. Тогда F_j и F_k не будут одновременно принимать значение α_i и β_i соответственно, т. е. $F_i \equiv \delta$, если $n(F) > 0$.

Схема вида $F_i(F_j(x_1, x_2), x_2)$ рассматривается аналогично. Должно быть $F_i(0, \beta_j) = F_i(1, \beta_j) = \delta$ и $\beta_i = \overline{\beta}_j$. Далее $F_j(0, \overline{\beta}_j) = F_j(1, \overline{\beta}_j) = \alpha_i$, и, следовательно, F_i вообще не зависит от x_1. Навешивание над переменными отрицаний можно рассматривать как другой выбор функций F_i, F_j, F_k.

Таким образом, этот случай, а также схема вида $F_i(F_j(x_1, x_2), F_j(x_1, x_2)$, где $F_j(x_1, x_2)$ снимается с одного и того же элемента, ничего не дает.

На основании таких „элементарных“ схем далее доказательство получается по индукции для всех схем из функциональных элементов.

Перейдя к случаю $n > 2$, используем лемму О. Б. Лупанова: если задана функция $f(x_1, \ldots, x_n)$, существенно зависящая от всех переменных, то имеются такие x_i и α_i, что $f(x_1, \ldots, x_{i-1}, \alpha_i, x_{i+1}, \ldots, x_n)$ существенно зависит от $n-1$ переменного. Тогда по индукции можно найти такие

$n-2$ переменных и констант, что при подстановке этих констант на место переменных оставшаяся функция будет существенно зависеть от двух переменных. Следовательно, если бы существовали схемы, реализующие абсолютно надежно функцию $f(x_1, \ldots, x_n)$ и константы, то существовала бы и схема, реализующая также функцию от двух переменных. Таким образом, рассмотрен и случай $n > 2$.

Возможная переформулировка этого результата такова: если любая функция от двух переменных из базисного набора может ошибаться с некоторой вероятностью хотя бы на одном наборе, то любая схема, построенная из таких функций и реализующая функцию, существенно зависящую от $n \geqslant 2$ переменных, может ошибаться по крайней мере на одном наборе. Справедлив более общий результат, доказываемый аналогично.

Теорема 2. Если имеется набор функциональных элементов $F_1, \ldots, F_k$, реализующих функции от n_i переменных, причем элемент F_i может ошибаться по крайней мере на $m_i = n_i - 3$ наборах, то из этого набора элементов не может быть построена абсолютно надежная схема, реализующая какую-либо функцию, существенно зависящую от $n \geqslant 2$ переменных. Кроме того, этот результат не может быть усилен в том смысле, что если по крайней мере одно из чисел m_i меньше $n_i - 3$, то теорема неверна.

Доказательство проводится аналогично предыдущей теореме.

Небольшое ослабление условий теоремы 1 позволяет получить наборы функциональных элементов, из которых можно строить абсолютно надежные схемы.

Пример. Присоединим к набору элементов теоремы 1 элемент, реализующий абсолютно надежно функцию $x_1 \vee x_2$. Тогда $x_1 \oplus x_2 = \varphi_1(x_1, x_2) \vee \varphi_2(x_1, x_2)$, если функции φ_1, φ_2 реализуют $x_1 \oplus x_2$ и, возможно, ошибаются на наборах 01 и 10 соответственно. А следовательно, из знаков $\oplus$, $\vee$ и $(-)$ можно уже построить схему, реализующую произвольную функцию. Докажем общую теорему.

Теорема 3. Пусть имеется набор функциональных элементов $F_1, \ldots, F_N$, с помощью которых можно реализовать любую функцию алгебры логики от двух переменных $\varphi(x_1, x_2)$ так, что схема, возможно, будет давать ошибку на одном из наборов (x_1, x_2).

Если к этому набору присоединить элемент F, который реализует абсолютно надежно некоторую (произвольную) функцию $f(x_1, \ldots, x_n)$, существенно зависящую от $n \geqslant 2$ переменных, то с помощью набора $F, F_1, \ldots, F_N$ можно реализовать произвольную функцию алгебры логики абсолютно надежно.

При этом возникают следующие задачи.

1. Проблема полноты: а) найти необходимые и достаточные условия, чтобы набор функциональных элементов с заданными каталогами давал возможность реализовать абсолютно надежно произвольную функцию от переменных; б) если заданы вероятности реализации элементов любой функции из его каталога, то надо найти необходимые и достаточные условия для реализации любой функции с вероятностью ε (состояние каждого элемента независимо от состояний остальных).

2. Построение алгоритмов синтеза и оценка сложности схем их функциональных элементов с каталогами неисправностей для классов функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейман Дж. фон. Вероятностная логика и синтез надежных организмов из ненадежных компонент, В сб. «Автоматы», М., ИЛ, 1956.
2. Мур Е., Шеннон К. Надежные схемы из ненадежных элементов. Кибернетический сборник, вып. 1, М., ИЛ, 1960.
3. Мучник А., Гиндикин С. Решение проблемы полноты для систем функции алгебры логики с ненадежной реализацией, В сб. «Проблемы кибернетики», М., Физматгиз, 1965, № 15.
4. Лупанов О. Б. О синтезе некоторых классов управляющих систем, В сб. «Проблемы кибернетики», вып. 10, М., Физматгиз, 1963.
5. Чегис, Яблонский С. В. Логические способы контроля электрических схем, Труды МИАН СССР, т. 51, 1958.
6. Карибский В. В., Пархоменко П. П., Согомонян Е. С. Методы контроля и поиска неисправностей, В сб. «Абстрактная и структурная теория синтеза релейных систем», М., 1966.

Н. М. СЕДЯКИН, Г. А. КАБАНОВ

ОБ ОДНОМ ФИЗИЧЕСКОМ ПРИНЦИПЕ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ И НЕКОТОРЫХ ЕГО СЛЕДСТВИЯХ

I. Общие сведения. Реальные системы (элементы) со временем утрачивают работоспособность в результате воздействия на них различных факторов. Можно говорить, что система обладает ресурсом (запасом) надежности, величина которого с течением времени уменьшается. В зависимости от количества и интенсивности воздействующих на систему факторов имеет место та или иная скорость расхода ресурса. При этом функция ресурса $r(t)$, выработанного элементом за время t, должна быть статистической характеристикой надежности элемента. В работах [5]—[7] в качестве такой характеристики принята функция

$$r(t) = -\ln p(t), \qquad (1)$$

где $p(t)$ — вероятность безотказной работы элемента в течение времени t. Функция $r(t)$ аналогична физической энтропии (по Больцману) и характеризует степень дезорганизации системы. Значение ее с ростом t может только возрастать, а при $t \to \infty$ и $r(t) \to \infty$. В дальнейшем $r(t)$ будем называть ресурсом, выработанным элементом (системой) за время t, причем

$$\frac{dr(z)}{dz} = \frac{1}{p(z)} \frac{d}{dz} p(z) = \lambda(z) \qquad (2)$$

есть не что иное, как опасность отказа элемента (системы) в момент времени z. В зависимости от режима работы ε вид функции $\lambda(z) = \lambda(z, \varepsilon)$ может существенно меняться.

На основе рассуждений, изложенных выше и в работах [5]—[7], сформулирован физический принцип теории надежности, имеющий характер закона: надежность элемента (системы) в условиях $\varepsilon \in E$ зависит от величины выработан-

ЛИТЕРАТУРА

1. Половко А. М. Основы теории надежности, М., Изд-во «Наука», 1964.
2. Васильев В. В., Козлов Б. А., Ткаченко Л. Г. Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств, М., Изд-во «Советское радио», 1964.
3. Седякин Н. М. Введение в теорию надежности и обслуживания технических систем, ЛВИКА им. Можайского, 1963.
4. Лавров А. Н., Малахин И. И. Некоторые результаты экспериментальной проверки основного закона теории надежности, В сб. «Новые вопросы теории надежности», ЛВИКА им. Можайского, 1965.
5. Седякин Н. М. Об одном физическом принципе теории надежности, ЛВИКА им. Можайского, 1965.
6. Седякин Н. М. Основной закон теории надежности, ЛВИКА им. Можайского, 1966.
7. Седякин Н. М. Об одном физическом принципе теории надежности, Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, М., 1966, № 3.
8. Гнеденко В. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности, М., Изд-во «Наука», 1965.
9. Покровский Г. Р. К вопросу об основном законе теории надежности, Тезисы докладов на 3-й Ленинградской НТК по повышению качества надежности и долговечности промышленных изделий, ч. V, 1967.
10. Седякин Н. М., Сюбаров В. З., Кабанов Г. А. К вопросу применимости основного закона надежности, Доклады на XVII Украинской НТК, посвященной Дню радио, Киев, 1967.
11. Пешес Л. Я., Степанова М. Д. Методика определения предельной нагрузки для проведения ускоренных испытаний, Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, М., 1966, № 6.

СОДЕРЖАНИЕ